



FIȘA DISCIPLINEI

1. Date despre program

1.1 Instituția de învățământ superior	Universitatea Națională de Știință și Tehnologie POLITEHNICA din București
1.2 Facultatea	Inginerie Aerospațială
1.3 Departamentul	Științe Aerospațiale „Elie Carafoli”
1.4 Domeniul de studii universitare	Inginerie Aerospațială
1.5 Programul de studii universitare	Sisteme de Propulsie
1.6 Ciclul de studii universitare	Licență
1.7 Limba de predare	Română
1.8 Locația geografică de desfășurare a studiilor	București

2. Date despre disciplină

2.1 Denumirea disciplinei	METODE CU DIFERENȚE FINITE						
2.2 Titularul	Conf. Dr. Ing. Mat. Alina BOGOI						
2.3 Titularul activităților de seminar / laborator/proiect	Conf. Dr. Ing. Levențiu Constantin As.Ing. Mihnea Gall As.Ing.Cojocea Andrei Conf. Dr. Ing. Mat. Alina BOGOI						
2.4 Anul de studiu	3	2.5 Semestrul/	I	2.6. Tipul de evaluare	E	2.7 Statutul disciplinei	Ob
2.8 Categoria formativă/	DS	2.9 Codul disciplinei	UPB.09.S.07.O.015				

3. Timpul total (ore pe semestru al activităților didactice)

3.1 Număr de ore pe săptămână	4	Din care: curs	2	seminar/laborator/proiect	2
3.4 Total ore din planul de învățământ	56	Din care: curs	28	seminar/laborator/proiect	28
Distribuția fondului de timp:					ore
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe					7
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate					0
Pregătire seminarii/ laboratoare/proiecte, teme, referate, portofolii și eseuri					12
Tutorat					1
Examinări					2
Alte activități (dacă există):					0
3.7 Total ore studiu individual	19				
3.8 Total ore pe semestru	75				
3.9 Numărul de credite	3				

4. Precondiții (acolo unde este cazul)

4.1 de curriculum	Analiza Matematica, Algebră liniară, geometrie analitică și diferențială, Ecuații diferențiale,
-------------------	---



	Programarea calculatoarelor și limbaje de programare 1
4.2 de rezultate ale învățării	MATLAB, FORTRAN

5. Condiții necesare pentru desfășurarea optimă a activităților didactice (acolo unde este cazul)

5.1 de desfășurare a cursului	Prelegere tablă, videoproiector, dialog interactiv
5.2 de desfășurare a seminarului/laboratorului/proiectului	Prelegere interactivă la tablă cu prezentarea sintetică a modelelor de analiză ce urmează a fi utilizate la aplicații concrete, numerice.

6. Obiectiv general

Studentii să se familiarizeze cu proprietățile fluidelor și cu aplicațiile dinamicii fluidelor. Să rezolve probleme care sunt modelate folosind principiile de conservare ale dinamicii gazelor Să identifice diferitele tipuri de formulări integrale și diferențiale ale ecuației de continuitate, ale ecuației Navier-Stokes și ale ecuației de conservare a energiei.

Studentul să fie capabil să înțeleagă și să aprofundeze noțiunile predate la curs, după care să fie capabil să rezolve probleme care sunt modelate folosind principiile de conservare ale dinamicii gazelor.

7. Rezultatele învățării

Cunoștințe	La finalul cursului, studenții vor înțelege derivarea schemelor de diferențe finite din seriile Taylor, evaluarea erorilor de trunchiere și ordinului de acuratețe, inclusiv metoda coeficienților nedeterminați pe grile uniforme/neuniforme (scheme simetrice/asimetrice) și extrapolarea Richardson. Vor stăpâni metodele pentru EDO: paș cu pas (Euler, Runge–Kutta), multipas (Adams–Bashforth, Adams–Moulton), predictor–corector, tratarea sistemelor și a problemelor cu valori la limită (metoda tirului, discretizarea PVL). Vor cunoaște clasificarea EDP (hiperbolice, parabolice, eliptice), tehnici de analiză (valori proprii, schimbarea variabilelor, metoda caracteristicilor) și criteriile consistență–stabilitate–convergență (Teorema lui Lax, analiza von Neumann). Vor înțelege cum se aplică schemele pentru advecție liniară (FTCS, Lax, upwind/Godunov, Leapfrog/CTCS, Lax–Wendroff, variante implicite, Crank–Nicolson) și variantele multipas (Richtmyer, MacCormack), precum și tratamentele pentru EDP hiperbolice, parabolice (1D/2D/3D, inclusiv ADI și semidiscretizare) și eliptice (Laplace cu scheme în 5/9 puncte, iterativ: Jacobi, Gauss–Seidel punctual/pe linie, SOR).
------------	--



Abilități	• • Studenții vor ști să construiască și să evalueze scheme de diferențe finite pe grile uniforme și neuniforme, să calculeze eroarea locală, să determine ordinul și să îmbunătățească precizia prin Richardson. • Vor ști să aleagă și să implementeze integratoare pentru EDO (Euler, RK, Adams), să configureze predictor–corector, să transforme ecuații de ordin superior în sisteme de ordin I și să rezolve IVP/BVP (tir + discretizare PVL). • Vor ști să analizeze stabilitatea (von Neumann), să deducă condiții CFL, să verifice consistența și să argumenteze convergența; vor putea compara dispersia/difuzia numerică a schemelor de advecție. • Vor ști să discretizeze EDP hiperbolice/parabolice/eliptice, să impună corect condiții la limită (Dirichlet/Neumann/Robin), să asambleze sisteme sparse și să le rezolve cu Jacobi/GS/SOR, controlând criteriile de oprire pe baza rezidualului. • Vor ști să verifice și să valideze codurile prin soluții analitice/„manufactured solutions”, să facă studii de rafinare a grilei și să prezinte curbe ordine–eroare pe scări log–log.
Responsabilitate și autonomie	Selectează și analizează surse bibliografice potrivite. Respectă principiile de etică academică, citând corect sursele bibliografice utilizate. Studenții vor trebui să participe activ la prelegeri, să își actualizeze notițele și să folosească materialele postate pe MOODLE pentru învățare continuă. Studenții vor documenta ipotezele numerice (schema, pasul, grila, CFL), vor raporta transparent erorile și limitările și vor asigura reproductibilitatea calculelor (pseudocod/cod comentat, setări salvate). Studenții vor demonstra autonomie în proiectarea unui lanț numeric complet (model → discretizare → analiză stabilitate → implementare → testare → raportare) și vor solicita feedback doar pentru aspecte cu ambiguități reale. Vor colabora eficient în echipă (revizuire reciprocă de cod/rezultate), vor respecta termenele și vor comunica clar concluziile prin rapoarte și grafice comparând precizia, stabilitatea și costul computațional al metodelor.

8. Metode de predare

Curs: În activitatea de predare vor fi utilizate prelegeri susținute prin prezentări PowerPoint și materiale video, puse la dispoziția studenților. Fiecare curs va începe cu o recapitulare a capitolelor parcurse, cu accent pe temele discutate la ultima întâlnire. Expunerea va îmbina slide-urile proiectate cu demonstrații la tablă (formule și ecuații) și cu exemple suplimentare care nu se regăsesc în prezentări.

Seminar: Dialog interactiv cuprinzând clarificări ale cursului și ale temelor de casă/proiectelor.

9. Conținuturi

CURS		
Capitolul	Conținutul	Nr. ore
I	DERIVAREA NUMERICĂ 1.1. Diferențe finite 1.2. Teorema lui Taylor pentru aproximarea derivatelor. Utilizarea seriilor Taylor pentru estimarea erorilor de trunchiere	4



	1.3. Metoda coeficienților nedeterminați 1.3.1. Grile uniforme . Scheme simetrice, asimetrice. 1.3.2. Grile neuniforme. Scheme simetrice, asimetrice. 1.4. Extrapolarea Richardson pentru îmbunătățirea preciziei derivatei numerice. 1.5. Scheme Pade	
II	REZOLVAREA ECUAȚIILOR DIFERENȚIALE ORDINARE 2.1. Metode pas cu pas: 2.1.1. Introducere 2.1.2. Metode de tip Euler 2.1.3. Metode de tip Runge-Kutta 2.2. Metode multipas: 2.2.1. Introducere 2.2.2. Metoda ADAMS- BASHFORTH 2.2.3. Metoda ADAMS- MOULTON 2.3. Metode Predictor-Corector 2.4. Sisteme de ecuații diferențiale 2.4.1. Rezolvarea sistemelor de EDO de ordinul I 2.4.2. Rezolvarea sistemelor de EDO de ordin superior 2.5. Probleme cu valori la limită 2.6. Metoda tirului 2.7. Discretizarea PVL	4
III	CLASIFICAREA ECUAȚIILOR CU DERIVATE PARȚIALE 3.1. Clasificarea EDP de ordinul al II-lea cu n variabile 3.1.1. Metoda determinării valorilor proprii ale lui A 3.1.2. Metoda schimbării de variabile 3.1.3. Metoda caracteristicilor 3.2. Consistență, stabilitate, convergență. Teorema Lax. Analiza de stabilitate von Neumann	4
IV	ECUAȚIA LINIARĂ DE ADVECȚIE 4.1. EDP de ordinul al I (ecuația de advecție) 4.1.1. Metoda FTCS 4.1.2. Metoda Lax 4.1.3. Metoda upwind Godunov de ord. I 4.1.4. Metoda Leapfrog (Metoda CTCS) 4.1.5. Metoda Lax-Wendroff 4.1.6. Metoda FTCS implicită 4.1.7. Metoda Crank-NICHOLSON 4.2. Metode Multi-Pas 4.2.1. Metoda Richtmyer 4.2.2. Metoda Lax-Wendroff 4.2.3. Metoda MacCormack 4.2.4. Studiul consistenței și convergenței	4
V	ECUAȚIA DE TIP HIPERBOLIC 6.1. Cazul unidimensional 6.2. Metoda Explicită 6.3. Metoda implicită 6.4. Studiul consistenței și convergenței	4



VI	ECUAȚIA DE TIP PARABOLIC 6.1. Cazul unidimensional 6.1.1. Metoda Explicită 6.1.2. Metoda implicită 6.1.3. Metoda Crank-Nicolson 6.2. Cazul 2D și 3D 6.2.1. Metoda Explicită 6.2.2. Metoda implicită 6.2.3. Metoda Crank-Nicolson 6.2.4. Metoda ADI 6.2.5. Metoda de semidiscretizare	4
VII	ECUAȚIA DE TIP ELIPTIC 7.1. Metode iterative 7.2. Metoda diferențelor finite: Ecuația Laplace 7.2.1. Schema în 5 puncte 7.2.2. Schema în 9 puncte 7.3. Algoritmi de rezolvare 7.3.1. Metoda Jacobi 7.3.2. Metoda Gauss-Seidel punctuală 7.3.3. Metoda Gauss-Seidel pe linie 7.3.4. Metoda SOR	4
Total:		28

Bibliografie:

1. Suport de curs electronic. Cursurile complete in pdf pe Moodle
2. A.Bogoi, S. Mitran, C. Berbente, Metode numerice. Elemente de teorie, aplicații și programe de calcul în Fortran, Editura BREN, 2007.
3. S.E. Zaharia, A. Bogoi, Metode numerice pentru rezolvarea problemelor ingineresti, Editura PAIDEIA, 2009.
4. Metode numerice în dinamica fluidelor”, Dănilă S., Berbente C., Ed. Acad. Rom., 2003.
5. “Metode numerice”, Berbente C., Mitran, Zancu S., Ed. Tehnică, București, 1997.
6. “Numerical Methods for Engineers and Scientists”, Hoffman Joe D., McGraw – Hill, 1992.
7. Méthodes Numériques, Bakhvalov, N. ,Editions MIR, 1976.
8. Applied Numerical Methods, Carnahan, B., Luther, H.A., 1969, John Wiley & Sons, New York
9. Demidovitch, B., Maron, I., Éléments de Calcul Numerique, 1973, Editions MIR, Moscou.
10. Hirsch, Ch., 1990, Numerical computation of internal and external flows, (vol.1&2) Computational methods for inviscid and viscous flows, John Wiley & Sons, Brussel.
11. Iorga, V., Dranga, M., Moise V.,1995, Metode numerice în tehnică. Ed. Tehnică.
12. Kalik, C., 1980, Ecuații cu derivate parțiale, Editura Didactică și Pedagogică, București.
13. Fletcher, C.A.J., Computational Techniques for Fluid Dynamics, Vol. 1 and 2, Springer--Verlag, 1987.
14. Anderson, J. D. Computational Fluid Dynamics. McGraw Hill, New York, 1995.
15. Versteeg, H. K. and Malalasekera, W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Addison Wesley Longman, Ltd., Harlow, England,1995.
16. Tannehill, J. C., Anderson, D. A., and Pletcher, R. H. Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer. Taylor & Francis, New York, 2nd edition, 1997.
17. K. A. Hoffmann, S T. Chiang, Computational Fluid Dynamics (Vol. 1,2,3) EES, Wichita,Kansas,2000.

LABORATOR/ SEMINAR/PROIECT

Nr. crt.	Conținutul	Nr. ore
1.	Derivarea numerică	2



	Se va implementa derivarea numerică folosind serii Taylor și scheme Pade pentru deducerea derivatelor folosind scheme cu diferențe finite (scheme centrate/asimetrice pe grile uniforme și neuniforme de diferite ordine de acuratețe) și metoda coeficienților nedeterminați, cu estimarea erorii de trunchiere; se vor exersa produsul scalar și înmulțirea de matrice pentru operatori discreți.	
2.	Extrapolarea Richardson Se va implementa extrapolarea Richardson pentru creșterea ordinului de acuratețe și se va verifica rata de convergență prin rafinarea pasului.	2
3.	Padé & Thomas (TDMA) Se vor implementa aproximații Padé pentru operatori de derivare/timp; se va implementa algoritmul Thomas pentru sisteme tridiagonale	2
4.	EDO – metode pas cu pas Se vor implementa metode de tip Euler și Runge–Kutta, se va analiza stabilitatea și se vor compara erorile pe probleme IVP.	2
5.	Metode multistep & sisteme de EDO Se vor implementa metode Adams–Bashforth/Moulton în regim predictor–corector și se vor rezolva sisteme de EDO (reducere la ordin I).	2
6.	Problema PVL – metoda tirului Se vor rezolva probleme cu valori la limită prin metoda tirului și discretizare cu diferențe finite, cu impunerea condițiilor Dirichlet/Neumann/Robin	2
7.	EDP hiperbolice 1D: scheme & stabilitate Se vor implementa scheme explicite/implicit pentru EDP hiperbolice; se va efectua analiza de stabilitate von Neumann, se vor verifica consistența și convergența (Teorema lui Lax).	4
8	Ecuatia de advecție Se va implementa ecuația de advecție liniară cu FTCS, Lax, upwind/Godunov, Leapfrog/CTCS, Lax–Wendroff, Crank–Nicolson; se vor stabili condiții CFL și se vor evalua dispersia/difuzia numerică.	4
9	EDP parabolice 1D/2D: CN, ADI, implicit/explicit Se vor implementa scheme parabolice în 1D/2D (explicite, implicite, Crank–Nicolson, ADI, semidiscretizare) și se vor rezolva sistemele sparse asociate	4
10.	Ecuatii eliptice & metode iterative Se vor implementa metode iterative (Jacobi, Gauss–Seidel punctual/pe linie, SOR) pentru ecuația eliptică (Laplace) discretizată (scheme în 5/9 puncte); se vor defini criterii de oprire pe baza reziduului.	2
11.	Verificarea temei de casa și susținerea acesteia.	2
Total:		28

Bibliografie:

1. Suport de curs electronic. Cursurile complete în pdf pe Moodle.
2. A.Bogoi, S. Mitran, C. Berbente, Metode numerice. Elemente de teorie, aplicații și programe de calcul în Fortran, Editura BREN, 2007.
3. S.E. Zaharia, A. Bogoi, Metode numerice pentru rezolvarea problemelor ingineresti, Editura PAIDEIA, 2009.
4. Metode numerice în dinamica fluidelor”, Dănăilă S., Berbente C., Ed. Acad. Rom., 2003.
5. “Metode numerice”, Berbente C., Mitran, Zancu S., Ed. Tehnică, București, 1997.
6. “Numerical Methods for Engineers and Scientists”, Hoffman Joe D., McGraw – Hill, 1992.
7. Méthodes Numériques, Bakhvalov, N., Editions MIR, 1976.
8. Applied Numerical Methods, Carnahan, B., Luther, H.A., 1969, John Wiley & Sons, New York
9. Hirsch, Ch., 1990, Numerical computation of internal and external flows, (vol.1&2) Computational methods for inviscid and viscous flows, John Wiley & Sons, Brussel.
10. Fletcher, C.A.J., Computational Techniques for Fluid Dynamics, Vol. 1 and 2, Springer--Verlag, 1987.



11. Anderson, J. D. Computational Fluid Dynamics. McGraw Hill, New York, 1995.
12. Versteeg, H. K. and Malalasekera, W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Addison Wesley Longman, Ltd., Harlow, England, 1995.
13. Tannehill, J. C., Anderson, D. A., and Pletcher, R. H. Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer. Taylor & Francis, New York, 2nd edition, 1997.
14. K. A. Hoffmann, S T. Chiang, Computational Fluid Dynamics (Vol. 1,2,3) EES, Wichita, Kansas, 2000.

10. Evaluare

Tip activitate	10.1 Criterii de evaluare	10.2 Metode de evaluare	10.3 Pondere din nota finală
10.4 Curs	Rezolvarea subiectelor date la lucrarea scrisă (Lucrare scrisă cuprinde întrebări de sinteză, cu caracter aplicativ și care necesită calcule concrete).	Examen final	50%
10.5 Seminar/laborator/proiect	Activitate la seminar/lucrările de laborator (simulări numerice) în timpul semestrului	Teste tip quizz, rezolvare de exerciții la tablă sau calculator.	15%
	Temă de casă pe echipe.	Prezentare scrisă docx /pptx și/sau pe calculator împreună cu o scurtă susținere orală.	15%
	Colocviu	Susținere pe calculator	20%
10.6 Condiții de promovare			
Punctajul final: 50% din punctajul obținut în urma rezolvării subiectelor de examen și 50% din punctajul aferent activității pe parcursul semestrului Punctajul final se face prin adunarea punctajelor din evaluări. Condiția de promovare este de minim 50 de puncte.			

Data completării

Titular de curs

Titular(ii) de aplicații

Conf. Dr. Ing. Mat. Alina BOGOI

Conf. Dr. Ing. Mat. Alina BOGOI
Conf. Dr. Ing. Levențiu Constantin
As. Ing. Mihnea Gall
As. Ing. Cojocă Andrei

Data avizării în departament

Director de departament

Data aprobării în Consiliul Facultății

Decan